INSTYTUT INŻYNIERII MATERIAŁOWEJ

WYDZIAŁ MECHANICZNY POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ

Podstawy Procesów i Konstrukcji Inżynierskich

Praca, moc, energia

Kierunek Wyróżniony przez PKA

INZYNIERIAMATERIALOWAPL

Energia

Energia jest to wielkość skalarna, charakteryzująca stan, w jakim znajduje się jedno lub wiele ciał. Energia jest miarą różnych rodzajów ruchu i miarą zdolności ciał do ruchu zarówno na poziomie molekularnym jak i makroskopowym.

Każde ciało jest obdarzone energią, będącą miarą jego ruchu. Dla scharakteryzowania różnych rodzajów ruchu i różnych rodzajów oddziaływań między ciałami, wprowadzamy różne rodzaje energii: mechaniczną, wewnętrzną, elektromagnetyczną…

Wzajemne oddziaływanie między ciałami (i elementami jednego ciała) powoduje zmianę energii ciała, możemy więc opisywać to oddziaływanie jako przekazywanie energii.

Energia kinetyczna

Energia kinetyczna $\boldsymbol{E_k}$ jest związana ze stanem ruchu ciała. Każde poruszające się ciało posiada energię kinetyczną.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

E_k – energia kinetyczna
m – masa ciała
v – prędkość ciała

Jednostką energii jest dżul

$$1J = 1kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$$

Siła działająca na poruszające się ciało wykonuje **pracę** na tym ciele. Praca jest wielkością skalarną, liczbowo równą iloczynowi składowej siły w kierunku ruchu przez przebytą drogę.

Oznaczamy ją najczęściej literą *W* (z angielskiego Work - praca), rzadziej z łaciny L (Labor – praca)

$$W = \vec{F} \circ \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos\alpha(\vec{F}, \vec{s})$$

W - praca
F- siła działająca na ciało
s – przesunięcie

INSTYTUT INŻYNIERII MATERIAŁOWEJ

WYDZIAŁ MECHANICZNY POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$

UWAGA :

1. Siła musi być stała, to znaczy, w czasie ruchu ciała nie może ulegać zmianie ani jej wartość, ani jej kierunek.
2. Ciało musi zachowywać się jak cząstka – musi być sztywne tak, że jego wszystkie części poruszają się razem w jednym kierunku.

$$W = F \cdot s \cdot \cos\alpha(\vec{F}, \vec{s})$$

Znak pracy:

Praca wykonana rzez siłę jest dodatnia, gdy składowa wektorowa siły w kierunku przemieszczenia jest skierowana zgodnie z wektorem przemieszczenia. Jest zaś ujemna, gdy ta składowa jest skierowana przeciwnie do wektora przemieszczenia. Praca jest równa zeru, gdy siła nie ma składowej w kierunku przemieszczenia.

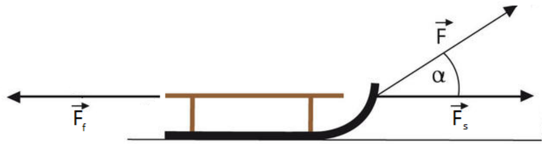
Praca

Jednostka pracy

$$\mathbf{1}\mathrm{J} = \mathbf{1}\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = \mathbf{1}\mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}^{2}}{\mathrm{s}^{2}} = \mathbf{1}\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{2}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

Gdy na ciało działa więcej niż jedna siła, to **całkowita praca**

1. Jest sumą prac wykonanych przez poszczególne siły
2. Jest pracą wykonaną przez siłę wypadkową.

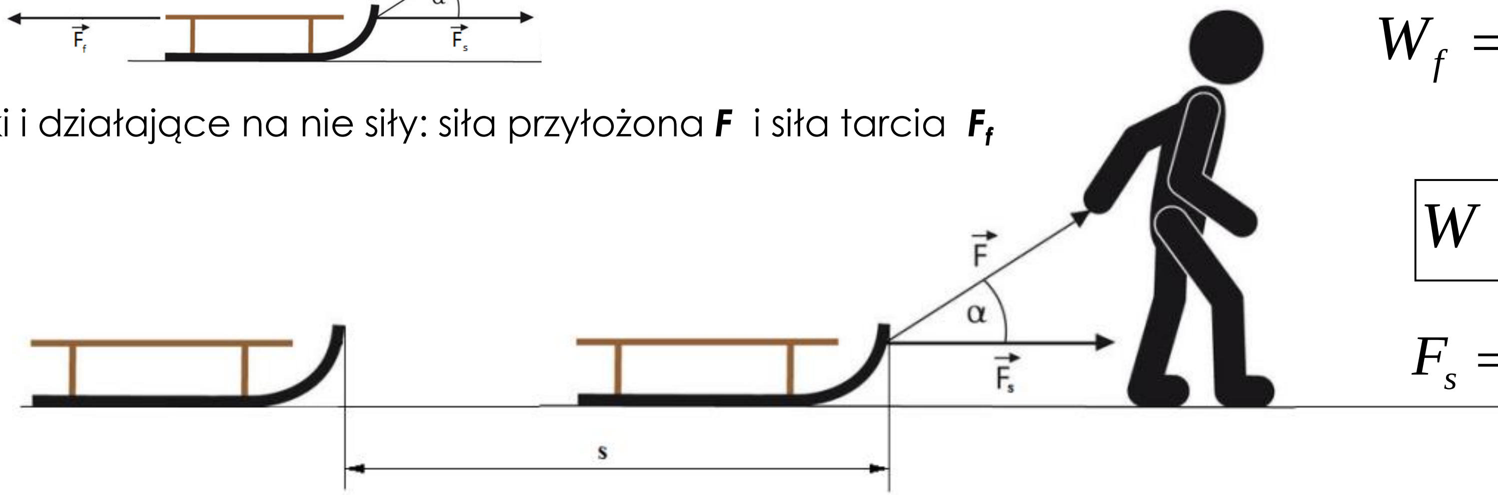


Sanki i działające na nie siły: siła przyłożona ***F*** i siła tarcia ***F***

$$W_f = -|F_f| s$$

$$\boxed{W = F_s \cdot s}$$

$$F_s = F\cos\alpha$$



Człowiek ciągnący sanki na drodze *s* siłą *F*

$$W = Fs\cos\alpha$$ praca wykonana przez stałą siłę

Jeśli $F_s = F_f$ to $F_{wyp} = 0$ i $W = 0$

Jeśli $F_s > F_f$ to $F_{wyp} > 0$ i $W > 0$

Praca i energia kinetyczna

Praca jest to energia przekazana ciału lub od niego odebrana w wyniku działania na ciało siłą. Gdy energia jest przekazana ciału, praca jest dodatnia, a gdy energia jest ciału odebrana, praca jest ujemna.

Praca jest równa zmianie energii.

$$\Delta E_k = E_{k\_ko\acute{n}o} - E_{k\_pocz} = W$$

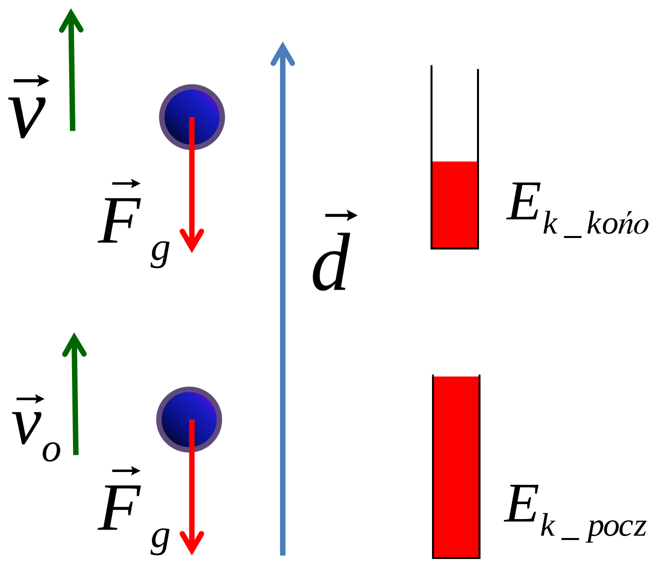
$$\left(\begin{array}{c}\text{zmiana energii}\\ \text{kinetycznej cząstki}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{całkowita praca}\\ \text{wykonana nad cząstką}\end{array}\right)$$

lub

$$E_{k\_ko\acute{n}o} = E_{k\_pocz} + W$$

$$\left(\begin{array}{c}\text{energia kinetyczna po}\\ \text{wykonaniu pracy}\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{energia kinetyczna przed}\\ \text{wykonaniem pracy}\end{array}\right) + \left(\begin{array}{c}\text{całkowita praca}\\ \text{wykonana nad cząstką}\end{array}\right)$$

Praca wykonana przez siłę ciężkości



Cząstka o masie *m* rzucana z prędkością początkową $\vec{v}_o$, zwalnia do prędkości $\vec{v}$ doznając przemieszczenia $\vec{d}$. Wskaźnik energii kinetycznej pokazuje zmianę tej energii od $E_{k\ pocz}$ do $E_{k\ końc}$

Siła ciężkości $F_g = mg$

Praca wykonana przez siłę ciężkości

$$W_g = mgd\cos\alpha$$

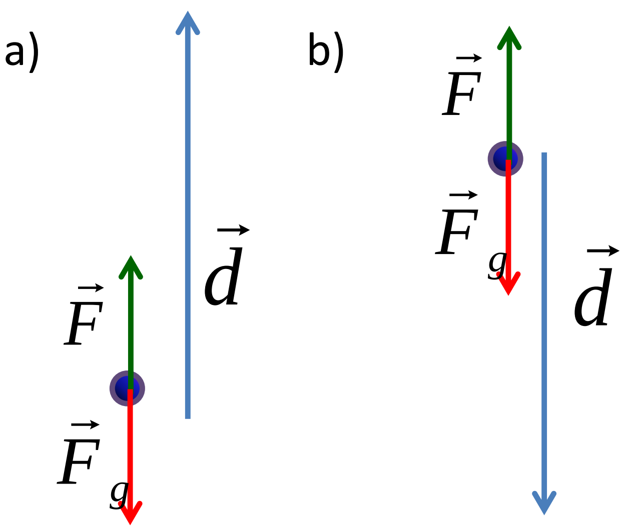
Gdy ciało się wznosi siła F_g jest skierowana przeciwnie do przemieszczenia

$$W_g = mgd\cos 180° = mgd(-1) = -mgd$$

Gdy ciało spada kąt między kierunkami F_g i d wynosi 0

$$W_g = mgd\cos 0° = mgd(1) = mgd$$

Praca wykonana przez siłę ciężkości



Podnosimy ciało działając siłą zewnętrzną F. a) siła zewnętrzna wykonuje pracę dodatnią, b) siła zewnętrz wykonuje nad ciałem pracę ujemną.

$$\Delta E_k = E_{k\_ko\acute{n}o} - E_{k\_pocz} = W_{zewn} + W_g$$

Gdy Ciało spoczywa przed i po jego podniesieniu np.: gdy książkę podnosimy z podłogi na półkę:

$$E_{k\_ko\acute{n}o} = 0 \qquad E_{k\_pocz} = 0$$

$$W_{zewn} + W_g = 0$$

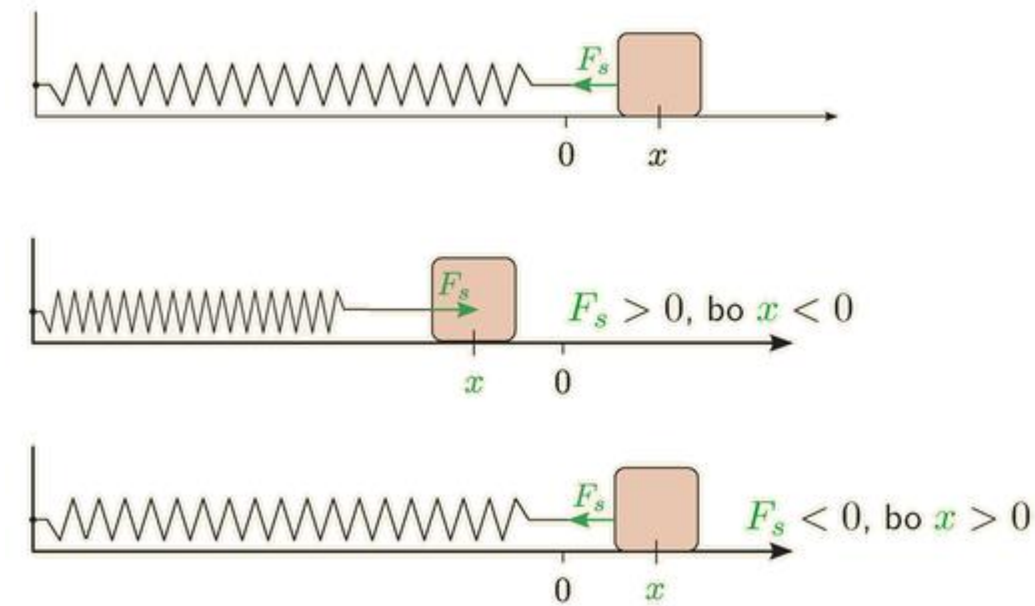
$$W_{zewn} = -W_g$$

Siła sprężystości

a)

b)

c)



Prawo Hooke'a

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

k - stała sprężystości (stałą siłowa) jest miarą sztywności sprężyny.

Praca wykonana przez siłę sprężystości

Siła sprężystości jest siłą zmienną; jej wielkość i kierunek zależą od położenia x swobodnego końca sprężyny.

$$W_s = \int_{x_{pocz}}^{x_{końo}} F dx$$

$$W_s = \frac{1}{2} k x_{pocz}{}^2 - \frac{1}{2} k x_{końo}{}^2$$

Praca wykonana przez siłę sprężystości

Jeżeli x_{pocz}=0, a $x_{końc}$= x, to równanie powyższe przybiera postać:

$$W_s = -\frac{1}{2} k x^2$$

Moc

Moc jest związana z działaniem siły. Jest to szybkość, z jaką siła wykonuje pracę nad ciałem. Jeśli siła wykonuje pracę *W* w przedziale czasu *Δt*, to moc średnia w tym przedziale czasu jest równa:

$$P_{śr} = \frac{W}{\Delta t}$$

Moc chwilowa jest to szybkość wykonywania pracy w danej chwili:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Jeśli siła *F* tworzy kąt a z kierunkiem ruchu ciała, to moc chwilowa wynosi:

$$P = Fv\cos\alpha = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

Jednostką mocy jest **Wat**

$$1W = 1\frac{J}{s}$$

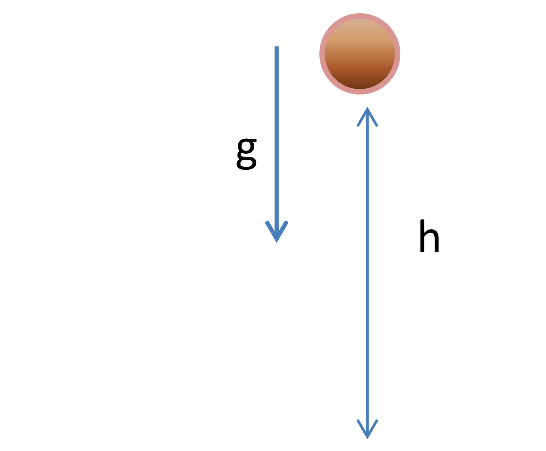
Energia potencjalna

Jest to energia związana z konfiguracją (ustawieniem) układu ciał działających na siebie siłami. Gdy zmienia się konfiguracja tych ciał zmienia się również energia potencjalna układu. Energia *potencjalna* jest **związana z położeniem i oddziaływaniem**, czyli jest energią statyczną, nie związaną z ruchem.

Rodzaje energii potencjalnych: **energia potencjalna ciężkości** , **energia potencjalna sprężystości** (związana z oddziaływaniami sprężystymi) oraz **energia potencjalna elektrostatyczna**(m.in. działająca na cząstki naładowane poruszające się w polu elektrycznym).

Energia potencjalna ciężkości

Energię układu złożonego z Ziemi i znajdującej się w jej pobliżu cząstki nazywamy **energią potencjalną ciężkości (grawitacyjną)**

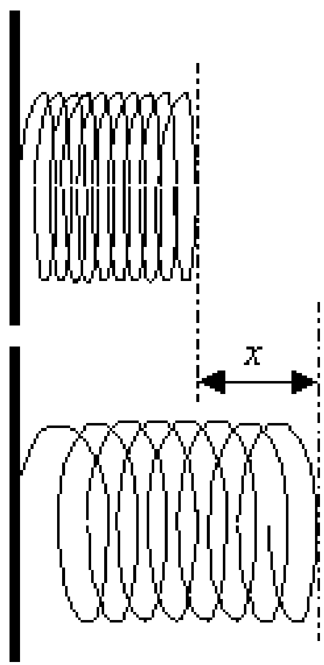


$$E_{p\_cięiężkoś} = m \cdot g \cdot h$$

m - masa ciała,
g – przyspieszenie ziemskie,
h – wysokość ponad poziom odniesienia na którym energia jest równa zero.

Energia potencjalna sprężystości

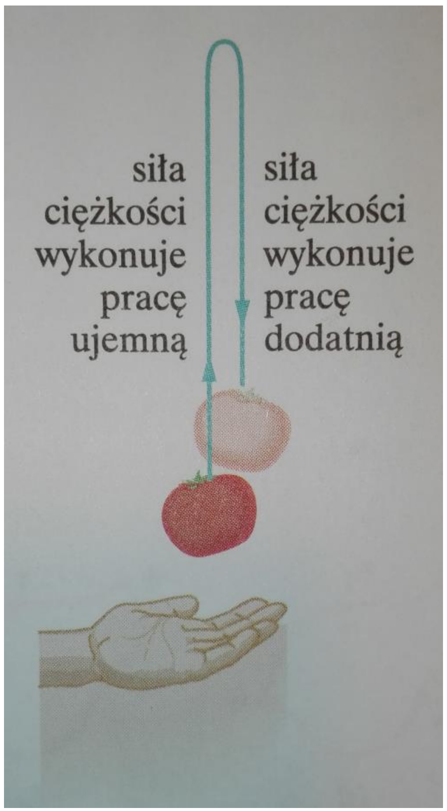
Energia potencjalna sprężystości związana jest ze ściskaniem lub rozciąganiem ciała sprężystego.



$$E_{p\_\text{sprężyści}} = \frac{k}{2} x^2$$

k– stała sprężystości,
x – wielkości rozciągnięcia (czyli przesunięcia końca sprężyny)

Praca i energia potencjalna

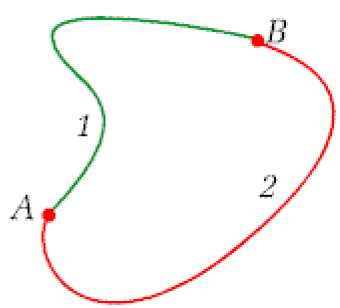


Zmianę grawitacyjnej energii potencjalnej definiuje się - zarówno dla wznoszenia jak i dla spadku ciał – jako pracę wykonaną nad ciałem przez siłę cieżkości, wziętą z przeciwnym znakiem.

$$\Delta E_p = -W$$

Zawsze w sytuacji gdy spełniony jest związek $W_1=-W_2$, energia kinetyczna zmienia się w energię potencjalną, to działającą siłę nazywamy **zachowawczą.** <u>Siły ciężkości i siły sprężystości są siłami zachowawczymi</u>.

Praca i energia potencjalna



Całkowita praca wykonana przez siłę zachowawczą nad cząstką poruszającą się po dowolnej drodze zamkniętej jest równa zeru

Praca wykonana przez siłę zachowawczą nad cząstką, przemieszczającą się między dwoma punktami nie zależy od drogi, po jakiej porusza się cząstka.

$$W_{ab,1} = W_{ab,2}$$

Siły tarcia kinetycznego i siła oporu są niezachowawcze.

Zasada zachowania energii mechanicznej

W układzie izolowanym, w którym zamiana energii pochodzi jedynie od sił zachowawczych, energia kinetyczna i energia potencjalna mogą się zmieniać, lecz ich suma , czyli energia mechaniczna nie może ulec zmianie.

$$E_{mech} = E_k + E_p = 0$$

$$\Delta E_k = W$$

$$\Delta E_p = -W$$

$$\Delta E_k = -\Delta E_p$$

Wzrost jednego rodzaju energii jest równy ubytkowi drugiej

Praca wykonana nad układem przez siłę zewnętrzną

Gdy na układ działa więcej niż jedna siła, zmiana energii układu jest równa całkowitej pracy wykonanej przez te wszystkie siły. Gdy nie występuje tarcie :

$$W = \Delta E_{mech} = \Delta E_k + \Delta E_p$$

Gdy pojawia się siła tarcia kinetycznego, zmienia się energia termiczna układu

$$W = \Delta E_{mech} + \Delta E_{term}$$

Zmiana energii termicznej jest związana z wartością siły tarcia f_k i wartością przemieszczenia *d* pod wpływem siły zewnętrznej

$$\Delta E_{term} = f_k d$$

Zasada zachowania energii całkowitej

Całkowita energia jest to suma energii mechanicznej układu, jego energii termicznej oraz wszystkich rodzajów jego energii wewnętrznej.

Zmiana całkowitej energii *E* układu jest równa energii dostarczonej do układu lub od niego odebranej.

Jeżeli nad układem wykonywana jest praca, to zachodzi równość:

$$W = \Delta E = \Delta E_{mech} + \Delta E_{term} + \Delta E_{wewn}$$

W układzie odizolowanym

$$\Delta E_{mech} + \Delta E_{term} + \Delta E_{wewn} = 0$$

Zasada zachowania pędu

Pędem cząstki jest wektor p zdefiniowany jako:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

m - masa cząstki
v – prędkość cząstki

$$\vec{P} = const$$

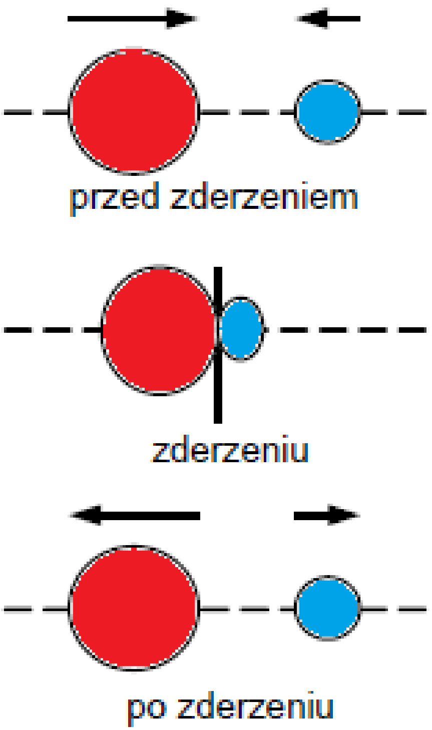
Układ izolowany i zamknięty:

Jeśli na układ cząstek nie działają siły zewnętrzne lub ich wypadkowa jest równa zeru, to całkowity pęd P układu nie ulega zmianie

$$\vec{P}_{pocz} = \vec{P}_{końo}$$

Co to jest zderzenie

Zderzenie zachodzi wtedy, gdy dwa lub więcej ciał (partnerów zderzenia), działa na siebie stosunkowo dużymi siłami w stosunkowo krótkim czasie.



Mówiąc o zderzeniu, musimy być w stanie rozróżnić przedziały czasu *przed* zderzeniem, *podczas* zderzenia oraz *po* zderzeniu.

Pęd i energia kinetyczna w zderzeniach

Jeżeli całkowita energia układu złożonego ze zderzających się ciał nie zmienia się w wyniku zderzenia, to jest ona *zachowana* – jest taka sama przed i po zderzeniu. Zderzenie o takiej właściwości nazywamy **zderzeniem sprężystym.**
Zderzenia, w których energia układu *nie jest zachowana* nazywamy **zderzeniami niesprężystymi.** W takim przypadku część energii kinetycznej zamienia się w jakąś inną postać energii – termiczną, akustyczną …

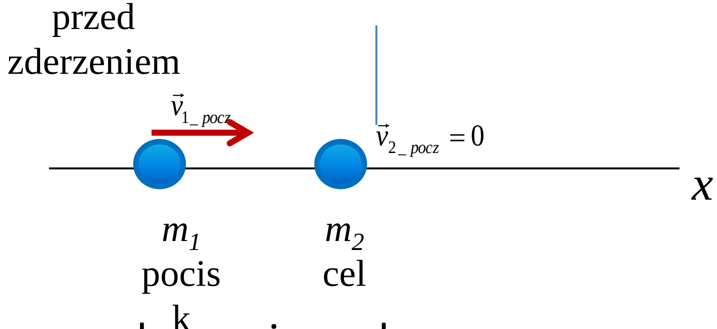
Jeśli zderzenia zachodzi w układzie zamkniętym i izolowanym, to pędy zderzających się ciał mogą się zmieniać, lecz całkowity pęd układu nie może ulec zmianie, niezależnie od tego, czy zderzenie jest sprężyste , czy niesprężyste.

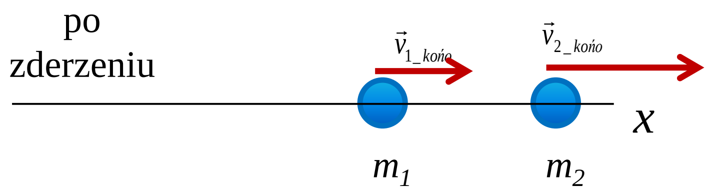
Zderzenia sprężyste

Przy zderzeniu sprężystym energia kinetyczna każdego ze zderzających się ciał może się zmienić, lecz nie może ulec zmianie całkowita energia kinetyczna układu tych ciał.

$$\left(\text{Całkowita energia kinetyczna przed zderzeniem} \right) = \left(\text{Całkowita energia kinetyczna po zderzeniu} \right)$$

Zderzenia sprężyste w jednym wymiarze





zachowanie pędu

$$\boxed{m_1 v_{1\_pocz} = m_1 v_{1\_końo} + m_2 v_{2\_końo}}$$

$$m_1(v_{1\_pocz} - v_{1\_końo}) = m_2 v_{2\_końo}$$

zachowanie energii kinetycznej

$$\boxed{\frac{1}{2} m_1 v^2_{1\_pocz} = \frac{1}{2} m_1 v^2_{1\_końo} + \frac{1}{2} m_2 v^2_{2\_końo}}$$

$$m_1(v_{1\_pocz} - v_{1\_końo})(v_{1\_pocz+} v_{1\_końo}) = m_2 v^2_{2\_końo}$$

$$v_{1\_końo} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1pocz}$$

$$v_{2\_końo} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1pocz}$$

Zderzenia sprężyste

$$v_{1\_końo} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1pocz}$$

$$v_{2\_końo} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1pocz}$$

1. Ciała o jednakowych masach $\mathbf{m_1 = m_2}$

$$v_{1końo} = 0$$

$$v_{2końo} = v_{1pocz}$$

2. Tarcza o bardzo dużej masie $\mathbf{m_2 >> m_1}$

$$v_{1końo} \approx -v_{1pocz}$$

$$v_{2końo} \approx \left(\frac{2m_1}{m_2}\right) v_{1pocz}$$

3. Pocisk o bardzo dużej masie $\mathbf{m_1 >> m_2}$

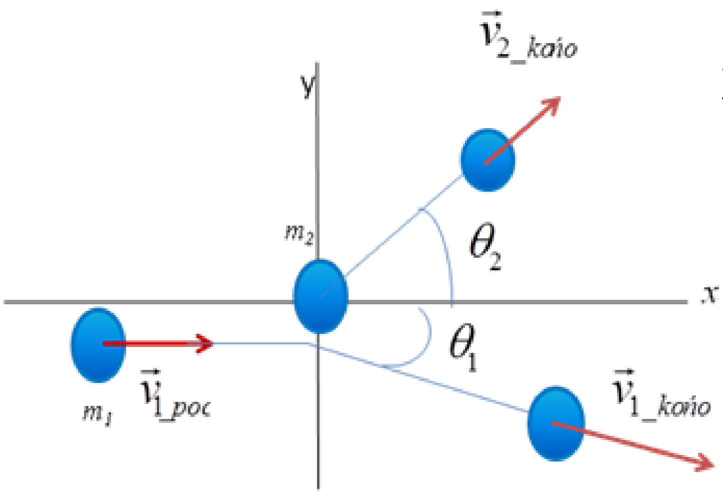
$$v_{1końo} \approx v_{1pocz}$$

$$v_{2końo} \approx 2v_{1pocz}$$

INSTYTUT INŻYNIERII MATERIAŁOWEJ

WYDZIAŁ MECHANICZNY POLITECHNIKI ŁÓDZKIEJ

Zderzenia sprężyste w dwóch wymiarach



X: $$\boxed{m_1 v_{1\_pocz} = m_1 v_{1\_końo} \cos\theta_1 + m_2 v_{2\_końo} \cos\theta_2}$$

Y: $$\boxed{0 = -m_1 v_{1\_końo} \sin\theta_1 + m_2 v_{2\_końo} \sin\theta_2}$$

zachowanie pędu

$$\boxed{p_{1\_pocz} + p_{2\_pocz} = p_{1\_końo} + p_{2\_końo}}$$

zachowanie energii kinetycznej

$$\boxed{E_{k1\_pocz} + E_{k2\_pocz} = E_{k1\_końo} + E_{k2\_końo}}$$

zachowanie energii kinetycznej

$$\boxed{\frac{1}{2} m_1 v_{1\_pocz}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1\_końo}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2\_końo}^2}$$